Прикладная механика

А.В. Баурова
Научный руководитель – доцент, канд. техн. наук О.Г. Кокорева
Муромский институт Владимирского государственного университета
602264 г. Муром, Владимирской обл., ул. Орловская, д. 23
e-mail: elenka1992prekrasnay@rambler.ru

Исследование передачи сил в машинах при неравновесном движении

В общем случае движения машины, когда действующие силы не уравновешиваются, уравнение движения машины представится в следующей форме

$$dE = \sum W_{дв} - \sum W_{пс} \pm \sum W_{вес} - \sum W_{тр},$$

или, разделив обе части на элемент времени dt и введя понятие о мгновенной мощности $N=\frac{dW}{dt}$, получим

$$\frac{dE}{dt} = \sum N_{дв} - \sum N_{пс} \pm \sum N_{вес} - \sum N_{тр},$$

Таково уравнение мгновенных мощностей при неуравновешивающихся силах. Этой формой уравнения движения мы воспользуемся для включения в него в явном виде инерционных сил. Займемся преобразованием производной $\frac{dE}{dt}$, исходим из определения живой силы

$$E=\sum \frac{m_i Vi^2}{2},$$

где суммирование распространяется на все материальные точки машины. Производная $\frac{dE}{dt}$ будет равно:

$$\frac{dE}{dt}=\sum m_i Vi \quad \frac{aVi}{dt},$$

Где $\frac{Vi}{dt}$ есть касательное ускорение материальной точки машины. Как известно из кинематики, касательное ускорение W_n является составляющей полного ускорения W_1. Получаем:

$$\frac{dE}{dt} = \sum m_i Vi \quad W_i \cos(W_i, V_i),$$

на основании второго закона Ньютона, если материальная точка движется с ускорением, то на нее со стороны других материальных точек будет действовать сила P, равная

$$\vec{P} = m_i Wi \quad ,$$

Введем в рассмотрение силу, обратную силе P_i, представляющую на основании закона: действие равно противодействию. Эта сила носит название силы инерции.

$$J_i = -\vec{P} = -m_i Wi \quad ,$$

Численное значение силы инерции будет равно:

$$J_i = m_i |W_i|,$$

а направление противоположно W_i, поэтому

$$\cos(W_i, V_i) = -\cos(J_i, V_i)$$

При этом выражение для $\frac{dE}{dt}$ переходит в

$$\frac{dE}{dt} = -\sum J_i V_i \cos(J_i, V_i),$$

Но $J_i V_i \cos(J_i, V_i)$ есть не что иное, как мгновенная мощность силы инерции; обозначаем ее через $N_{ин}$, получим:

$$\frac{dE}{dt} = -\sum N_{ин},$$

т. е. при учете инерционного действия масс в машине через силы инерции мгновенное изменение живой силы по времени может быть тождественно заменено суммарной мощностью этих сил, взятых с обратным знаком. Уравнение движения машины может быть представлено в форме:

$$-\sum N_{ин} = \sum N_{дв} - \sum N_{пс} \pm \sum N_{вес} - \sum N_{тр},$$

Для того чтобы лучше уяснить себе роль сил инерции при движении машины, рассмотрим два возможных случая движения машины с изменяющейся живой силой.

Движение машины с возрастающей живой силой. В этом случае $\frac{dE}{dt} > 0$, поэтому $\sum N_{ин} < 0$. Это показывает, что при таком движении в машине будут преобладать силы инерции, направленные против скоростей их точек приложения или составляющие со скоростями тупые углы и, следовательно, совершающие отрицательную работу. Обозначим эту суммарную отрицательную мощность сил инерции через $-|\sum N_{ин}|$ получим:

$$\sum N_{дв} = |\sum N_{ин}| + \sum N_{пс} \pm \sum N_{вес} + \sum N_{тр}$$

Полученное выражение представляет закон передачи мгновенных мощностей при движении машины с возрастающей живой силой. Мощность движущих сил затрачивается не только на преодоление полезных и вредных сопротивлений и сил веса звеньев, но также и на преодоление инерционных сил. Силы инерции по своему суммарному эффекту играют роль добавочных сопротивлений в машине.

Движение машины с убывающей живой силой. Здесь $\frac{dE}{dt} < 0$, поэтому $\sum N_{ин} > 0$. Обозначим эту суммарную мощность сил инерции через $|\sum N_{ин}|$

Уравнение движения относительно мощности движущих сил и мощности сил инерции будет равно:

$$\sum N_{дв} + |\sum N_{ин}| = \sum N_{пс} \pm \sum N_{вес} + \sum N_{тр},$$

т. е. при движении машины с убывающей живой силой при движении звеньев с подъемом центра тяжести затрачивается не только мощность движущих сил, но и мощность сил инерции. Силы инерции в машине в данном случае играют роль добавочных движущих сил, облегчающих работу основного двигателя машины. Можно представить себе и такой случай, что основные движущие силы в машине будут устранены, однако машина будет продолжать некоторое время работать, и ее работа в этом случае будет происходить именно за счет движущих сил инерции, пока не иссякнет вся ее живая сила.

Объединяя эти два случая движения машины с изменяющейся живой силой, можно уравнение движения написать в следующей форме:

$$N_{дв} = \pm|\sum N_{ин}| + \sum N_{пс} \pm \sum N_{вес} + \sum N_{тр},$$

причем знак плюс при мощности сил инерции будет относиться к случаю движения с возрастающей живой силой, а знак минус— с убывающей. Сравнивая это уравнение с уравнением мощностей, видим, что принципиальной разницы в них нет: лишь в правой части наряду с мощностями задаваемых сил фигурируют мощности сил инерции. В этом и заключается так называемый принцип Даламбера, включение и рассмотрение сил инерции позволяет формально задачу динамики сводить к задаче статики. Если мы раньше, исходя из уравнения мощностей, не заключающего в себе силы инерции, установили закон передачи сил для частного случая движения машины равновесного движения, теперь, исходя из уравнения мощностей, получим динамический закон передачи сил и динамический закон передачи моментов.

А.В. Греченева
Научный руководитель – доцент, канд. техн. наук О.Г. Кокорева
Муромский институт Владимирского государственного университета
602264 г. Муром, Владимирской обл., ул. Орловская, д. 23
e-mail: nastena07_93@mail.ru

Анализ характерных периодов движения машины и её механические характеристики

Рассмотрим характерные периоды в движении машины.

1. Силы, действующие в машине, таковы, что суммарная работа этих сил постоянно остается больше нуля, т. е. суммарная работа движущих сил больше суммарной работы всех сопротивлений полезных и вредных. Таким образом, рассматриваемое движение машины можно назвать движением с непрерывно возрастающей живой силой.

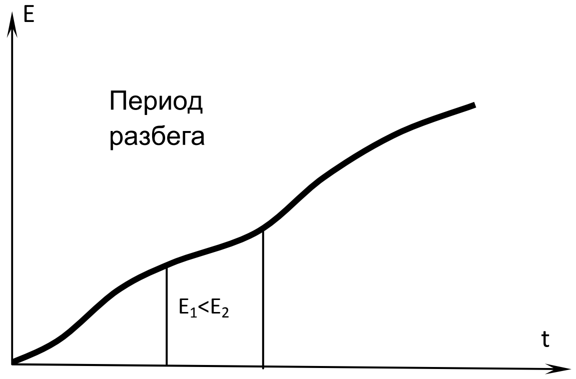


Рис. 1. График движения, соответствующий периоду разбега или пуска машины

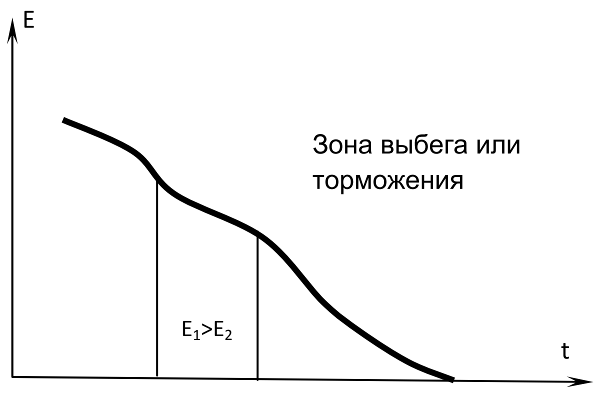


Рис. 2. График движения машины с убывающей живой силой

2. Движение противоположного характера реализуется в машине, если силы, действующие в ней постоянно, будут давать работу меньше нуля, т. е., когда работа всех сопротивлений, полезных и вредных, численно получается больше работы движущих сил.

Оба рассмотренных типа движения носят название неустановившегося движения машины.

3. Действующие в машине силы таковы, что за любой промежуток времени работа движущих сил равна работе всех сопротивлении полезных и вредных. В этом случае машина будет двигаться с постоянной живой силой $E = const$. Такое движение машины имеет название установившегося равновесного движения.

4. Силы, действующие в машине, таковы, что их суммарная работа за некоторый постоянный период времени равна нулю. Такое движение называется установившимся, а для отличия от предыдущего типа оно может быть названо неравновесным установившимся, имея в виду, что оно совершается под действием сил, способных изменять кинетическую энергию а следовательно, неуравновешиваюищхся.

Сопоставляя оба вида установившегося движения машин - равновесное и неравновесное,— можно сказать, что неравновесное движение есть движение с постоянной средней за период живой силой, а равновесное — с постоянной мгновенной живой силой.

Закон передачи работы:

$$\left(\sum W_{ДВ}\right)за\ период = \left(\sum W_{П.С.}\right)за\ период + \left(\sum W_{ТР}\right)за\ период.$$

При установившемся движении машины работа движущих сил за период затрачивается полностью без избытка или недостатка на работу полезных и вредных сопротивлений.

Понимая под W и сумму работ, и ее расчет за период, уравнение перепишется так: $W_{ДВ} = W_{П.С.} + W_{ТР}$.

Механические характеристики машины.

При установившемся движении работа движущих сил за период больше работы полезных сопротивлений за тот же период: $W_{ДВ} > W_{П.С.}$.

Механическая потеря в машине: $W_{ДВ} - W_{П.С.} = W_{ПОТ}$.

О механических потерях в машине часто судят по отношению $\frac{W_{ПОТ}}{W_{ТР}}$, которое принято обозначать через φ ($0 < \varphi \le 1$) и называть коэффициентом потери машины.

О полезном действии машины принято судить по отношению, которое обозначают через η и называют коэффициентом полезного действия:

$\eta = \frac{W_{П.С.}}{W_{ДВ}}$. Пределы изменения η будут $0 \le \eta < 1$.

Между коэффициентами η и φ имеется определенная математическая связь: $\eta = 1 - \varphi$.

Смысл ведения коэффициентов η и φ заключается в возможности косвенного учета работы трения в машине.

Иногда для косвенного учета работы трения пишут уравнение работ так:

$$W_{ДВ.} = W_{П.С.} + W_{ТР.} = W_{П.С.}\left(1 + \frac{W_{ТР.}}{W_{П.С.}}\right) = W_{П.С..}(1 + \psi).$$

Здесь величина ψ представляет коэффициент потери, который выражает работу трения в долях $W_{П.С.}$.

Между коэффициентами φ, η и ψ имеется следующая зависимость:

$$\eta = 1 - \varphi = \frac{1}{1+\psi}.$$

Закон передачи средних мощностей: $N_{ДВ} = N_{П.С.} + N_{ТР}$.

Пользуясь им, можно установить понятие о тех же коэффициентах для косвенного учета потерь: $\eta = \frac{W_{П.С.}}{W_{ДВ}} = \frac{N_{П.С.}}{N_{ДВ}}$; $\varphi = \frac{W_{ТР}}{W_{ДВ}} = \frac{N_{ТР}}{N_{ДВ}}$; $\psi = \frac{W_{ТР}}{W_{П.С.}} = \frac{N_{ТР}}{N_{П.С.}}$.

Е.Н. Григоркин
Научный руководитель – доцент, канд. техн. наук О.Г. Кокорева
Муромский институт Владимирского государственного университета
602264 г. Муром, Владимирской обл., ул. Орловская, д. 23
e-mail: igor_ipp@mail.ru

Результаты динамического исследования инерциальных нагрузок одноцилиндрового поршневого двигателя

Известно, что силы инерции вращающейся массы могут быть полностью погашены, т.е. уравновешены, постановкой соответствующего противовеса. Нас интересует иной вопрос, это результаты динамического исследования инерциальных нагрузок одноцилиндрового поршневого двигателя.

Для получения нужных результатов мы рассмотрим работу одноцилиндрового двигателя, откуда сможем, во-первых, определить вертикальные и горизонтальные силы инерции, передающиеся на фундамент без подстановки основного противовеса. Во-вторых, определить те же самые инерциальные силы, действующие в тех же направлениях что и в предыдущей нашей задаче, но уже с постановкой основного противовеса. В-третьих, опять же, все тоже самое, что и в предыдущих наших задачах, но теперь нам нужен не основной противовес, а избыточный, который целиком будет уравновешивать горизонтальные силы инерции первого порядка.

При постановки основного противовеса силы вращающейся массы (m_a) будут уравновешены исходя из формулы:

$$G = \frac{gm_a r}{a}$$

а выражения для X^j и Y^j примут вид:

$$X^j = A_1 cos\varphi + A_2 cos2\varphi;$$

$$Y^j = 0,$$

где A_1 и A_2 это силы инерции от вращающейся массы.

То есть фундамент двигателя будет получать только горизонтальные воздействия со стороны сил инерции поступательно-движущихся масс.

При постановке противовеса более тяжелого, чем следует по уравнению (2), т.е. предполагая что

$$G > \frac{gm_a r}{a}$$

Назовем избыточным противовесом разность

$$G^{изб} = G - \frac{gm_a r}{a}$$

Тогда масса $G^{изб}$/g останется неуравновешенной и даст центробежную силу $C^{изб} = \frac{G^{изб}\omega_2^2}{g}$ и выражения для сил, вызывающие горизонтальные и вертикальные колебания, будут

$$X^j = (A_1 - C^{изб})cos\varphi + A_2 cos2\varphi;$$

$$Y^j = 0,$$

заметно что уменьшаются горизонтальные силы инерции первого порядка от массы m_b, но возникают одновременно вертикальные силы инерции, равные уменьшению горизонтальных сил.

При постановки избыточного противовеса, удовлетворяющего условию

$$C^{изб} = A_1$$

т.е.

$$G^{изб} = \frac{gm_b r}{a}$$

у нас уравновесятся полностью силы инерции первого порядка в горизонтальном направлении, но возникнут такие, же вертикальные

$X^J = A_2 cos2\varphi;$

$Y^j = -A_1 sin\varphi,$

Из всего выше написанного можно сделать вывод, что при помощи противовеса в виде вращающейся массы, если и можно погасить в горизонтальной машине силы инерции первого порядка от возвратно поступательно-движущейся массы, то только за счет появления таких же сил инерции в вертикальном направлении. Данное заключение будет так же правильным в случае, если мы собираемся погасить силы инерции в вертикальном положении.

Стоит отметить, что в нашем случае теория полностью подтверждается на практике.

Случай без противовеса. После, нужных нам, расчетов силы инерции в вертикальном направлении и в горизонтальном направлении можно целиком уравновесить постановкой соответствующего противовеса.

Случай постановки противовеса. После построения векторов, можно найти выражения их геометрической суммы и убедиться, что уравновесить вертикальные и горизонтальные силы не получится ни при каких углах, так как будет присутствовать угол «опережения», от которого, ни при каких условиях, не избавиться.

Случай постановки избыточного противовеса. Поставим противовес тяжелее, исходя из условий полного уравновешения горизонтальных сил первого порядка, по формуле найдем массу. Подставим этот противовес в выражения для горизонтальных и вертикальных сил инерции и убедимся, что если уменьшается действие сил инерции первого порядка, то на такую же величину возрастают силы инерции в вертикальном направлении.

Д.Д. Лёвина
Научный руководитель – доцент, канд. техн. наук О.Г. Кокорева
Муромский институт Владимирского государственного университета
602264 г. Муром, Владимирской обл., ул. Орловская, д. 23
e-mail: Lddvladimir@mail.ru

Применение закона передачи сил к равновесному движению машины без учёта сил тяжести

Закон передачи сил, установленный для равновесного движения машины без учёта веса звеньев, одинаково применим для случая постоянного или переменного передаточного числа при наличии в машине звеньев с любым видом движения как плоским, так и пространственным.

Случай машины с механизмами имеющими постоянные передаточные числа.

Простейшим примером машины с постоянным передаточным числом, имеющей звенья, совершающие наряду с вращательным и поступательном движениями также и плоскопараллельное движение, являются различного рода блочные системы:

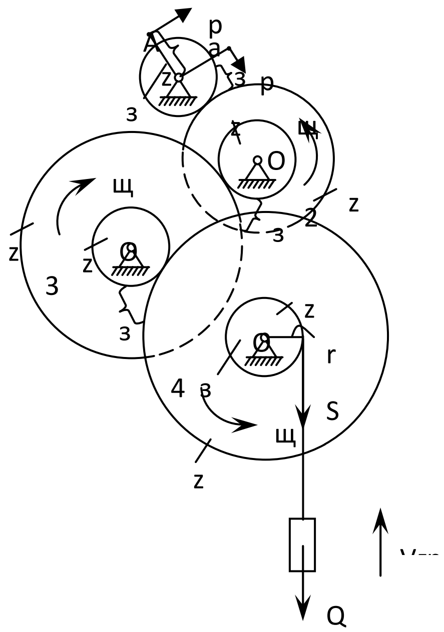


Рис. 1.

В этом случае равномерному движения груза будет соответствовать равномерное поступательное и вращательное движения всех подвижных частей, то есть живая сила системы не будет меняться и для решения задач применяется закон передачи сил:

$$P = \frac{Q}{i^{\text{'}}_{ab}}$$

Ввиду наличия в данном механизме последовательного соединения блоков, определим общий к. п. д. по формуле:

$$\eta = \eta_{н.б.}\eta_{п.б.} = 0{,}94 * 0{,}96 = 0{,}90.$$

Для нахождения передаточного числа $i_{ab} = {}^{V_a}\!/_{V_b}$ учтём ,что подвижный блок в данный момент имеет мгновенный центр в точке *M*-точке касания его окружности с неподвижной ветвью каната *MK;*следовательно, скорость V_c , будет равна:

$$V_c = V_b \frac{\overline{CM}}{\overline{BM}} = \mathbf{2}V_b .$$

Скорость V_c без изменения передаётся в точку Е, так как канат не растяжим поэтому

$$V_e = V_c\,.$$

V_e же без изменения величины передаётся в точку А, следовательно

$$V_a = V_c = V_e = 2V_b\,,$$

откуда

$$i_{ab} = \frac{V_a}{V_b} = 2\,,$$

поэтому усилие P будет

Таким образом, данный механизм, несмотря на потери и трение даёт выигрыш в силе

$$P = \frac{100}{55{,}5} = 1{,}8\,раза$$

Случай машины с вращательным движением звеньев.

Применительно к этому случаю обычно закон передачи сил несколько видоизменяется и получает форму закона передачи моментов:

$$M_{дв} = \frac{M_{п.с}}{i_{1n}\eta_{общ}}$$

Существенное отличие от закона передачи сил заключается в том, что здесь передаточное число представляет отношение не линейных скоростей, а угловых.

Случай машины с механизмами, имеющими переменные передаточные числа.

Простейшими примерами машин с механизмами, имеющими изменяющиеся передаточные числа, являются машины в состав которых входят шарнирные механизмы как правило, имеющие соотношения скоростей, изменяющееся от положения к положению.

В основе решения таких задач лежит закон передачи сил:

$$P = \frac{Q}{i_{ab}^{\tau}}\,.$$

В.М. Лисицына
Научный руководитель – доцент, канд. техн. наук О.Г. Кокорева
Муромский институт Владимирского государственного университета
602264 г. Муром, Владимирской обл., ул. Орловская, д. 23
e-mail: fina1992-fina1992@mail.ru

Практические приемы определения динамических движущих сил и полезных сопротивлений, а также их моментов

Практические приемы определения сил $P^{дин}$ или $Q^{дин}$ в стержневых механизмах — способ непосредственного разложения и способ проф. Жуковского, основанный на применении плана скоростей, нужно только в число действующих сил ввести силы инерции. Эти силы должны быть предварительно объединены в равнодействующие или эквивалентные системы сил и пар, сводящиеся в каждом отдельном звене к немногим силам или парам. Для случая машины с механизмом, имеющим постоянное передаточное число и вращающимися звеньями, силы $P^{дин}$ и $Q^{дин}$ и их моменты $M_{дв}^{дин}$ и $M_{п.с.}^{дин}$ могут быть определены одним вычислением без всяких графических построений.

Пусть требуется определить пусковой момент на якоре мотора электрической лебедки для сообщения поднимаемому грузу скорости $V_{гр}$ в течение t_1 секунд. Заданными будем считать вес груза Q, моменты инерции всех вращающихся масс, числа зубьев на шестернях, к. п. д. отдельных элементов лебедки и радиус барабана $r_{бар}$.

Искомый пусковой момент якоря электромотора можно рассматривать как динамический движущий момент якоря:

$$M_{пуск} = M_{дв}^{дин}.$$

Моментом полезного сопротивления здесь будет грузовой момент

$$M_{гр} = M_{п.с.} = Qr_{бар}.$$

Искомый пусковой момент найдем из динамического закона передачи моментов:

$$M_{пуск} = \frac{M_{гр}}{\eta_{общ} i_{1-3}} + M_1^J + \frac{M_2^J}{\eta_{1-2} i_{1-2}} + \frac{M_3^J}{\eta_{1-3} i_{1-3}} + \frac{M_{гр}^J}{\eta_{общ} i_{1-3}}.$$

Для подсчета входящих в выражение моментов от сил инерции прибегнем к тождеству

$$\frac{dE}{dt} = -\Sigma N_{ин}.$$

Для звена, совершающего вращательное движение, имеем

$$E = \frac{I\omega^2}{2},$$

где I—момент инерции звена относительно оси вращения.

Мощность силы инерции груза

$$N_{ин.гр.} = -\frac{dE}{dt} = -\frac{Q}{g} V_{гр.} \frac{dV_{гр.}}{dt} = -\frac{Q}{g} V_{гр.} W_{гр.} = -J_{гр.} V_{гр.},$$

где $J_{гр.} = \frac{Q}{g} W_{гр.}$ сила инерции груза, направленная против ускорения $W_{гр}$.

Следовательно, момент от силы инерции груза на грузовом валу будет

$$M_{гр}^J = J_{гр} r_{бар} = \frac{Q}{g} W_{гр} r_{бар}.$$

Далее закон передачи моментов перепишется так:

$$M_{пуск} = \frac{Qr_{бар}}{\eta_{общ} i_{1-3}} + I_1\varepsilon_1 + \frac{I_2\varepsilon_2}{\eta_{1-2} i_{1-2}} + \frac{I_3\varepsilon_3}{\eta_{1-3} i_{1-3}} + \frac{Q}{g}\frac{W_{гр}}{\eta_{общ} i_{1-3}}.$$

В результате преобразований получаем

$$M_{пуск} = \frac{Qr_{бар}}{i_{1-3}\eta_{общ}} + \varepsilon_1\left[I_1 + \frac{I_2}{i_{1-2}^2\eta_{1-2}} + \frac{I_3}{i_{1-3}^2\eta_{1-3}} + \frac{Qr_{бар}^2}{gi_{1-3}^2\eta_{общ}}\right].$$

Выражение в квадратных скобках имеет размерность момента инерции и носит название приведенного к валу мотора момента инерции всей системы и обозначается через $I_{1вал}^{прив}$.

$$I_{1вал}^{прив} = I_1 + \frac{I_2}{i_{1-2}^2\eta_{1-2}} + \frac{I_3}{i_{1-3}^2\eta_{1-3}} + \frac{Qr_б^2}{gi_{1-3}^2\eta_{общ}}.$$

Коэффициент перегрузки двигателя будет

$$\varepsilon = \frac{M_{пуск}}{M_{ст}} = 1 + \frac{\varepsilon_1 I_{1вал}^{прив}}{\dfrac{Qr_{бар}}{i_{1-3}\eta_{общ}}}.$$

$$\varepsilon_3 = \frac{V_{гр}}{t_1 r_{бар}},$$

Угловое ускорение барабана

а вместе с тем угловое ускорение ε_1 вала электромотора найдется из

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_3 i_{1-3} = \frac{V_{гр} t_{1-3}}{t_1 r_{бар}}.$$

К.А. Марахтанова
Научный руководитель – доцент, канд. техн. наук О.Г. Кокорева
Муромский институт Владимирского государственного университета
602264 г. Муром, Владимирской обл., ул. Орловская, д. 23
e-mail: marahtanova-ksyu@mail.ru

Исследование инерциональных нагрузок кривошипно-ползунных механизмов

К этому виду звеньев относятся в машинах различного рода шатуны, перекатывающиеся рычаги, эпициклические колеса, ходовые колеса и т.п.

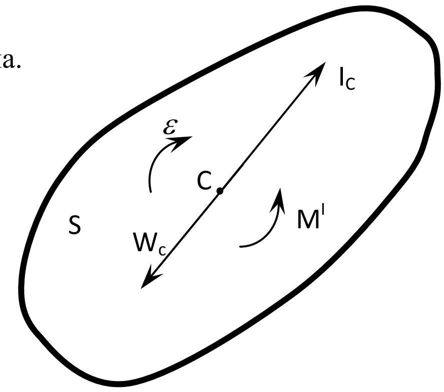
Всякое сложно-плоское движение можно рассматривать как составное из двух простейших – поступательного и вращательного. Силы инерции, возникающие в сложно-плоском движении, могут быть разбиты на силы инерции в поступательной части движения и силы инерции во вращательной части. В движении поступательном вместе с центром тяжести С силы инерции сведутся к силе инерции, равной массе шатуна, умноженной на ускорение его центра тяжести:

$$\mathbf{I_c = mW_c}$$

и направленной против ускорения Wc. Во вращательной же части движения силы сведутся лишь к одной паре сил с моментом:

$$\mathbf{M^J = I_c\,\varepsilon}$$

направленным против углового ускорения звена.



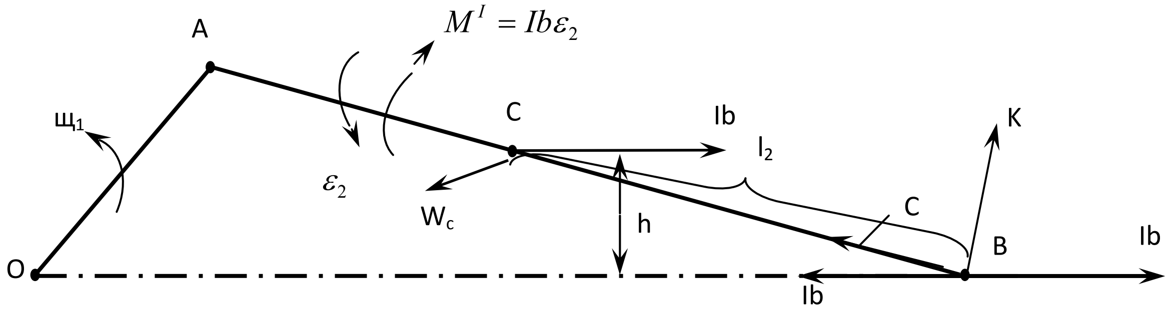
Приближенные динамически замещающие массы.

Специально для шатунов двигателей в вопросах, связанных с оценкой влияния сил инерции на равномерность вращения главного вала, возможно в подсчете сил инерции сделать еще упрощение. Разложим движение шатуна на поступательное вместе с цапфой крейцкопфа В и вращательного вокруг В. В первом движении сил инерции сложатся в силу инерции J_b, равную массе всего звена, умноженной на ускорение W_b и приложенную в центре тяжести С, а силы инерции во вращательном движении вокруг В ведутся к центробежной силе С и касательной силе К, равным

$$C = m_2 l_2 \omega_2^2 \text{ и } K = m_2 l_2 \varepsilon_2$$

и соответственно направленным от В к А и перпендикулярным к АВ.

Касательным усилием от силы С в точке А можно пренебречь, так как угловая скорость ω_2, от которой зависит С, вообще незначительная а, кроме того, в момент, когда ω_2 приобретает свои наибольшие значения (около мертвых положений) ввиду малости отношения $\frac{V_b}{V_a}$ в этих положениях не будет создаваться значительного вращательного усилия на кривошипе. Рис 1.



Аналогичное заключение можно сделать и относительно силы К. Сила К перпендикулярна к шатуну, наклоном которого к ОВ при нормальной длине его относительно кривошипа можно пренебречь, поэтому сила К вместе с тем будет примерно перпендикулярна к скорости V_b, следовательно, почти целиком воспринимается реакцией параллелей.

Приведя силу J_b к точке В, получим пару сил $J_b h$ и силу J_b, приложенную в В. Легко видеть, что влиянием пары $J_b h$ на вращательное усилие в кривошипе можно пренебречь, так как, когда значительна $J_b = m_2 W_b$, т.е. в мертвых и около мертвых положений, плечо h обращается в 0 или мало, и наоборот, когда h велико при ц=90˚ и около 90˚, мало становится W_b и, следовательно, и J_b.

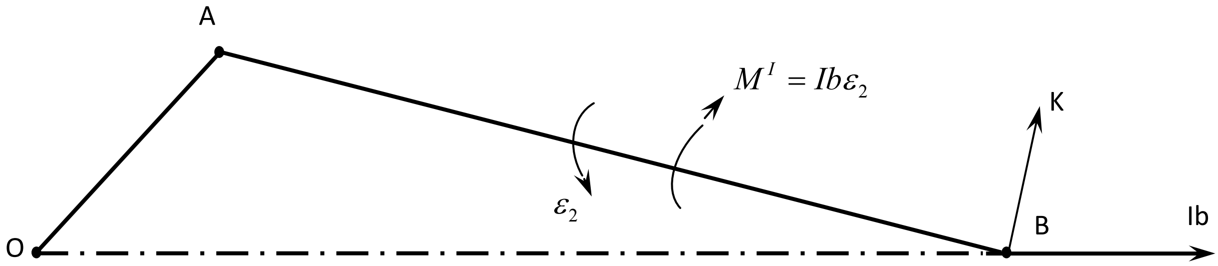


Рис.2.

Окончательно получим, что вращательное усилие в А главном образом будет создаваться силой J_b, приложенной в В и парой сил от сил инерции во вращательной части движения шатуна вокруг В:

$$M^J = I_b \varepsilon_2.$$

Эта группа сил изображена на рис.2.

Заменим шатун двумя массами, рассчитанными из условий

$$\left.\begin{aligned} m_a + m_b &= m_2; \\ m_a l^2 &= I_b, \end{aligned}\right\}$$

Так как сумма этих масс равна m_2, а момент инерции относительно точки В равен J_b, то в поступательном движении вместе с В они создадут силу инерции как раз равную $J_b = m_2 W_b$, а во вращательном вокруг В – пару сил инерции $M^J = I_b \varepsilon_2$ т.е. группу сил, указанную на фиг.60.

Для шатунов двигателей

$$I_c = 0{,}175 l^2 m_2;\ l_1 = 0{,}35l;\ l_2 = 0{,}65l,$$

следовательно, для J_b получим

$$I_b = I_c + m_2 l_2^2 = (0{,}175 + 0{,}65^2) m_2 l^2 \cong 0{,}60 m_2 l^2.$$

Приближенно замещающие массы будут:

$$m_a = \frac{I_b}{l^2} = 0{,}60 m_2;\ m_b = m_2 - \frac{I_b}{l^2} = 0{,}40 m_2.$$

В шатунах с равномерно распределенной массой по длине:

$$l_1 = l_2 = 0{,}5l;\ I_c = \frac{1}{12} m_2 l^2;\ I_b = \frac{1}{12} m_2 l^2 + m_2 \left(\frac{l^2}{2^2}\right) = \frac{1}{3} m_2 l^2;$$

$$m_a = \frac{1}{3} m_2, \quad m_b = \frac{2}{3} m_2.$$

А.С. Прибытков
Научный руководитель – доцент, канд. техн. наук О.Г. Кокорева
Муромский институт Владимирского государственного университета
602264 г. Муром, Владимирской обл., ул. Орловская, д. 23
e-mail: formaxel@mail.ru

Исследование движения методом приведенных масс

Составим выражение живой силы для машины. В состав ее механизма входят три звена: 1-маховик с главным валом и кривошипом; 2-шатун и 3-поршень со штоком и ползуном. Обозначая кинетическую энергию перечисленных звеньев через E_1, E_2, E_3, получим

$E = E_1 + E_2 + E_3$

Для 1-го звена, как вращающегося твердого тела, будем иметь:

$$E_1 = I_1 \frac{\omega_1^2}{2},$$

$$E_2 = m_{2a}\frac{V_a^2}{2} + m_{2c}\frac{V_{c_2}^2}{2} + m_{2b}\frac{V_b^2}{2},$$

$$E_3 = \frac{m_3 V_b^2}{2},$$

Получим выражение:

$$E = T_1\frac{\omega_1^2}{2} + m_{2a}\frac{V_a^2}{2} + m_{2c}\frac{V_{c_2}^2}{2} + m_b\frac{V_b^2}{2},$$

Преобразуем выражение E.

$$E = \frac{V_a^2}{2}\left[\frac{I_1}{r^2} + m_{2a} + m_{2c}i_{c_2c}^2 + m_b i_{ba}^2\right],$$

Обозначим эту приведенную массу всего кривошипного механизма через μ_a, т. е.

$$\mu_a = \frac{I_1}{r^2} + m_{2a} + m_{2c}i_{c_2a}^2 + m_b i_{ba}^2,$$

$$\mu_1 = \frac{I_1}{r^2} + m_{2a}$$

Второе и третье слагаемые, которые обозначим через

$$\mu_2 = m_{2c}i_{c_2a}^2 \text{ и } \mu_3 = m_b i_{ba}^2,$$

будут переменными величинами, поскольку передаточные числа i_{c_2a} и i_{ba} в кривошипном механизме будут изменяться от положения к положению и будут вместе с тем функциями угла поворота φ кривошипа, поэтому функцией угла поворота будет и приведенная масса μ_a, т. е.

$\mu_1 = \mu\ \ (\varphi)$

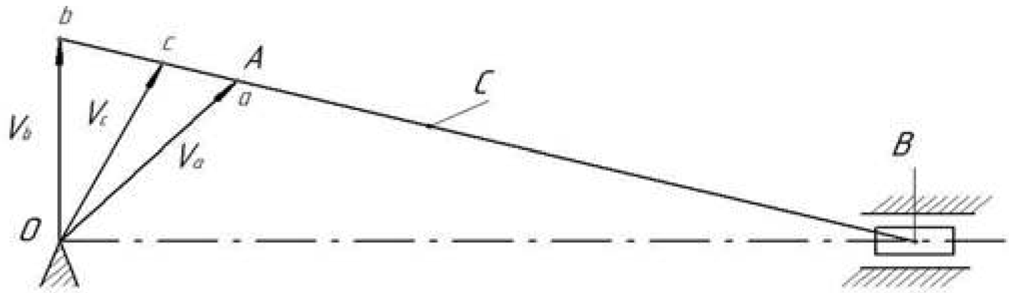


Рис. 1

Эти передаточные числа могут быть получены из планов скоростей, построенных в произвольном масштабе, а именно:

$$i_{c_2a} = \frac{V_{c_2}}{V_a} = \frac{\bar{V}_{c_2}}{\bar{V}_a};\ \ i_{ba} = \frac{V_b}{V_a} = \frac{\bar{V}_b}{\bar{V}_a},$$

где $\bar{V}_{c_2}$, $\bar{V}_a$ и $\bar{V}_b$- отрезки планов скоростей, изображающие масштабные скорости.

На рис. 2 полученные значения μ_2 и μ_3 для каждого отдельного положения кривошипа построены в виде графика в функции угла поворота кривошипа.

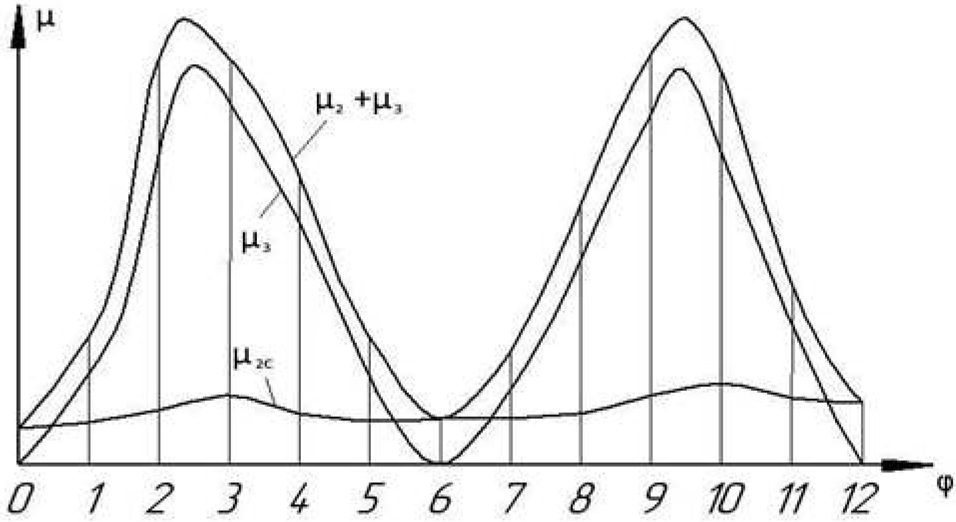


Рис. 2

Из графика мы видим, что масса μ_3 в мертвых положениях механизма обращается в нуль, а максимума достигает за 2-м и 9-м положениями механизма, там, где скорость V_b достигает максимума при данной постоянной скорости; V_a - это будет около того положения, в котором кривошип перпендикулярен к шатуну.